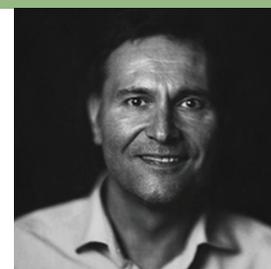


Variabilité culturelle de la numération

Quelques points d'entrée dans la littérature ethnomathématique



Eric VANDENDRIESSCHE

Université Paris Diderot¹

L'ethnomathématique désigne aujourd'hui, de manière générale, l'étude des usages culturellement spécifiques des concepts et savoirs mathématiques, et tout particulièrement ceux élaborés hors du champ savant et institutionnel². Si on peut en déceler les prémices dans le champ de l'anthropologie et celui des mathématiques du 19^e siècle, c'est véritablement dans les années 1970/80 que sont publiés les travaux fondateurs de ce jeune champ interdisciplinaire (Zaslavsky 1973, D'Ambrosio 1985, Ascher & Ascher 1986, Gerdes 1986...). Les systèmes de numération, de calcul, et de mesure, et leurs usages dans divers contextes culturels, de tradition orale en particulier, ont été le sujet d'un grand nombre de travaux d'ethnomathématiques, mais aussi de disciplines en relation avec ce champ, telle que l'anthropologie, voire les sciences cognitives. L'objectif de cet article est d'offrir au lecteur quelques points d'entrée dans ces nombreux travaux, et de donner un aperçu des questions qu'ils posent. Nous terminons avec une bibliographie variée pour que chaque lecteur puisse y trouver une référence propre à susciter son intérêt particulier.

Les systèmes de numération des sociétés orales ont de fait intéressé des anthropologues et quelques mathématiciens dès le 19^e siècle (Tylor 1871, Lucas 1893, Conant 1896...). Dans l'ensemble cependant, et jusqu'aux premières décennies du 20^e siècle, l'identification de ces systèmes numériques est restée tributaire d'une perspective évolutionniste, chez les mathématiciens comme chez les anthropologues. Les systèmes de numération recueillis par les premiers ethnographes furent en effet étudiés pour l'essentiel comme des indices d'un stade archaïque de développement.

L'entrée dans la seconde moitié du 20^e siècle a marqué un tournant épistémologique, dont Claude Lévi-Strauss (1908-2009) a été l'un des acteurs principaux. Lévi-Strauss (1962) a profondément transformé la façon dont les anthropologues/ethnologues appréhendent et étudient les sociétés autochtones. Il en est résulté un intérêt renouvelé pour l'étude ethnologique ou anthropologique des systèmes de numération et de mesure, avec l'objectif de mieux comprendre la façon dont ces systèmes de numération (orale ou non) s'insèrent dans le tissu de la vie sociale des sociétés

1. Sorbonne Paris Cité, Science-Philosophie-Histoire, UMR 7219, CNRS, F-75205 Paris, France

2. Le lecteur trouvera une analyse des différents courants de l'ethnomathématique dans l'article du mathématicien Ron Eglash (2000).

concernées (Raum 1938, Bowers & Lepi 1975, Mimica 1988, Urton 2003, Dehouve 2011, Pitrou 2015...). Enfin, sans élaborer de réelle théorie générale de la genèse de la quantification et/ou du calcul, certains travaux ont proposé un cadre anthropologique pour aborder la question de l'ontogénèse des nombres ainsi que de leurs fondements cognitifs (Crump 1995).

Des systèmes numériques de complexité variable

À ma connaissance, il n'y a pas de sociétés sans nombre. Néanmoins, la complexité des systèmes numériques varie d'une société à l'autre. Ce phénomène est probablement le résultat d'un intérêt pour la quantification – et/ou de la nécessité de quantifier – variable d'un groupe social à l'autre. Notons en particulier que certaines sociétés ont développé des systèmes numériques complexes pour se représenter le monde. Par exemple, comme l'a montré l'anthropologue Jadran Mimica, la cosmogonie des Iqwaye de Papouasie-Nouvelle-Guinée est en relation directe avec un système de numération corporelle permettant la représentation de très grands nombres (Mimica 1988).

Par contraste, il existe des sociétés orales possédant des systèmes de numération « à petits nombres ». Les Mundurucu (Amazonie, Brésil) possèdent cinq noms de nombres (1 à 5). Pierre Pica, Cathy Lerner, Véronique Izard, Stanislas Dehaene, (et Elizabeth Spelke), ont consacré une série d'articles de psychologie cognitive à cette population. En particulier, l'une de ces publications entend démontrer que si les Mundurucu ne comptent pas au delà de 5, ils seraient néanmoins capables de comparer, additionner, et soustraire, de façon approchée, des quantités qui dépassent de loin leur lexique numérique (Pica, Lerner, Izard & Dehaene 2004). Selon cette étude, les Mundurucu possèderaient le « sens des nombres approximatifs » ('the sense of approximate number'). Cette capacité cognitive serait (1) commune à tous les humains (possédant ou non un système numérique/arithmétique élaboré), et (2) nécessaire (mais non suffisante) à l'émergence du concept de « nombre exact ».

Cette question de l'ontogénèse des nombres n'a pas – autant que je sache – été abordée par les ethnomathématiciens. De plus, aucun ouvrage d'ethnomathématique n'offre une véritable synthèse des questions relatives à la variabilité culturelle des nombres, de l'arithmétique et/ou de la mesure. Il y a néanmoins de nombreux travaux menés dans ce champ disciplinaire qui décrivent des pratiques de comptage et de calcul culturellement spécifiques. Il est difficile de donner ici un aperçu général de cette littérature. Citons néanmoins Dominique Vellard qui mena, dans les années 1980, une étude ethnographique chez les Bambara du Mali pour étudier les mécanismes cognitifs impliqués dans des techniques de calcul (mental) développées dans cette société orale (Vellard 1986). Ou encore, plus récemment, Kalifa Traoré et Nadine Bednarz qui ont étudié des pratiques de calcul utilisées pour le comptage et la vente de mangues chez les paysans Siamou du Burkina Faso (Traoré & Bednarz 2009). Concernant les systèmes de numération, Claudia Zaslavsky (1973) a posé les bases d'une classification des numérations orales en Afrique. Glenn Lean (1992) a quant à lui fait une classification des nombreux systèmes de numération de Papouasie-Nouvelle-Guinée. Parallèlement, certaines recherches ont porté sur des pratiques de calcul menées dans des groupes sociaux divers, comme par exemple celui des enfants des rues de Recife au Brésil (Nunes & Schliemann 1993). Enfin, certains travaux ethnomathématiques sur la numération ont des objectifs pédagogiques et/ou didactiques, visant à promouvoir un enseignement de la numération et du calcul qui prendrait en compte les savoirs numériques traditionnels (Knijnik 2005, Owens & Matang 2014...).

Trois fondateurs

Dans l'ensemble, néanmoins, l'intérêt pour (les aspects culturels de) la numération varie de façon significative d'un auteur à l'autre, et cela dès les premiers travaux menés dans le champ de

l'ethnomathématique³. Trois personnalités scientifiques sont généralement présentées comme les principaux fondateurs de ce champ: le mathématicien brésilien Ubiratan D'Ambrosio, professeur émérite de l'université de Campinas (São Paulo), l'américaine Marcia Ascher (1935-2013) qui fut professeure de mathématiques à Ithaca College (USA), et le néerlandais Paulus Gerdes (1952-2014) qui mena sa carrière de professeur de mathématiques à l'université de Maputo au Mozambique. De ces trois auteurs, Marcia Ascher est la seule qui publia des textes scientifiques consacrés à l'étude des aspects culturels du nombre et de la mesure. Elle a mené ses premiers travaux sur les relations entre mathématiques et culture en collaboration avec son mari Robert Ascher (1931-2014), anthropologue. Ils ont ainsi étudié les khipu incas, et publié ensemble un ouvrage de référence sur le sujet (Ascher & Ascher 1981). Ces artefacts sont composés d'un certain nombre de cordelettes à nœuds qui permettaient aux administrateurs incas d'encoder des informations numériques. L'inscription des nombres sur les cordelettes consistait en la réalisation de trois types de nœuds répartis sur le fil selon un système de numération positionnel de base dix. Le travail des Ascher a permis notamment de mettre au jour ce qu'ils définissent comme des « idées arithmétiques » (arithmetical ideas) incorporées dans les khipu, qui témoignent d'une pratique du calcul dans la société incas.



Figure 1. Khipu inca (1450–1532), Pérou, Musée du quai Branly. © Musée du quai Branly, photo Patrick Gries, Bruno Descoings

Par la suite, Marcia Ascher a étudié d'autres systèmes de numération en usage dans des sociétés de tradition orale (1998 [1991]). Ces travaux ont le plus souvent été menés sur la base de publications ethnographiques provenant de l'anthropologie – dont elle fournit une abondante bibliographie (Ascher 1998 : 241-242). Ascher s'est en particulier intéressée aux classificateurs numériques qui sont parfois associés à ces systèmes de numération traditionnels. « Ces classificateurs numériques sont des termes introduits lorsque les noms de nombres sont énoncés avec des substantifs. Ils transmettent, sur ces substantifs, une information qualitative plutôt que quantitative » (Ascher 1998 : 22). Si les Maori divisent (ou divisaient) les entités/objets à compter en deux classes (humain et non-humain), les insulaires des îles Kiribati (Micronésie) utilisent (ou utilisaient) 18 classificateurs différents ('êtres animés, esprits

et fantômes', 'groupes humains', 'jours', 'années', 'générations', 'modes de transport'...); en notant 't' le classificateur 'modes de transport', l'expression produite pour énoncer « 6 bateaux » ressemble à « sixt bateaux » (Ascher 1998 : 24). Les systèmes de numération à classificateurs établissent ainsi un lien entre quantité et qualité, et ne sont pas pour autant – insiste Marcia Ascher – « moins abstraits que le nôtre ».

À ma connaissance, aucun texte de D'Ambrosio n'aborde par des études de cas la question de la variabilité culturelle des nombres et de leurs usages. Les recherches de cet auteur portent

3. En anglais, le terme 'ethnomathematics' est mis au pluriel, renvoyant ainsi aux (ethno-)mathématiques pratiquées dans divers contextes culturels. Dans leur traduction en français du livre de Marcia Ascher « Ethnomathematics: A multicultural view of mathematical ideas. » (1991), l'historienne des mathématiques Karine Chemla et l'anthropologue Serge Pahaut ont introduit le terme 'ethnomathématique' au singulier pour parler de l'étude des « ethnomathématiques ».

sur des questions plus générales – épistémologiques, politiques, et éducatives – soulevées par la prise en compte (dans les cursus d’enseignement notamment) des savoirs (ethno-) mathématiques développés par les différentes sociétés, ou par tout groupe social pouvant être identifié par des traditions et des objectifs communs (communautés rurales ou urbaines, de groupes de travailleurs, de classes professionnelles...) (D’Ambrosio 1985, 2001). Quant à Gerdes, ses recherches ont principalement porté sur la dimension mathématique de certaines activités à caractère géométrique (vannerie, dessins sur le sable, confections de nattes...), et de leur usage pour favoriser un enseignement des mathématiques prenant davantage en compte le contexte culturel. Il a néanmoins montré comment certains artefacts (dessins sur le sable des Tchokwe de l’Angola, motifs géométriques élaborés par les vanniers mozambicains...) permettent d’introduire (en classe de mathématiques) des propriétés impliquant des nombres : triplets pythagoriciens, somme d’une suite arithmétique... (Gerdes 1995, 1999).

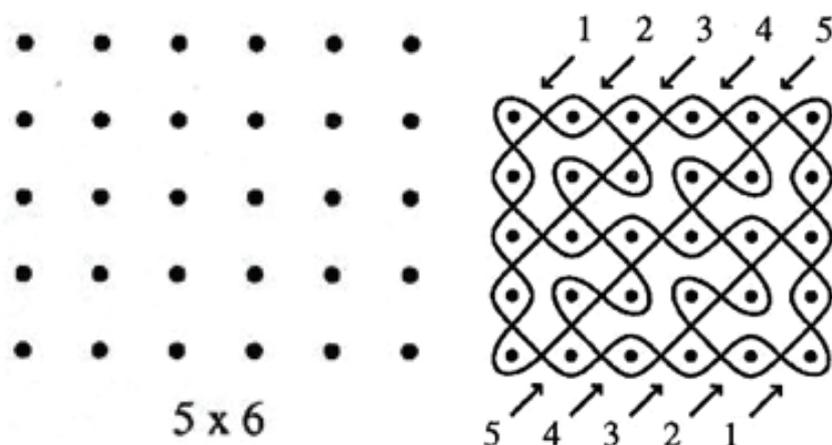


Figure 2. Dessin sur le sable tchokwe mettant en évidence que la somme des cinq premiers entiers est égale $5 \times 6 / 2$. Ce dessin permet en effet de diviser le réseau de 5×6 points en deux sous-ensembles contenant chacun $(1+2+3+4+5)$ points. Figures extraites de (Gerdes 1995 : 266).

Nécessité d’une approche ethnographique

Si les premiers travaux menés dans le champ de l’ethnomathématique ne se fondaient pratiquement jamais sur des études directes (de terrain), les ethnomathématiciens actuels s’efforcent de plus en plus de recourir à des méthodes de l’ethnographie (Chemillier 2007, Vandendriessche 2015). Des études ethnomathématiques de terrain sont de fait encore susceptibles de mettre au jour des systèmes de numération « autres », propres à différents peuples. Il a été mis en évidence, par exemple, que les Mundurucu possèdent un autre système de numération de ‘nombres en paire’, dont leur système à cinq nombres serait dérivé. Il s’agit d’un système qui permet de rendre compte de configurations symétriques d’objets (décrites par des expressions du type « un de chaque côté », « deux de chaque côté »...) (Pica & Lecomte 2008).



Figure 3. Femme mundurucu montrant le geste associé à l’énonciation “ebapũg pũg pũg” (trois de chaque côté) © Pierre Pica 2007. Image extraite de (Pica & Lecomte 2008 : 516)

Comme l’anthropologue Dominique Blanc (2006), je suis convaincu qu’il est nécessaire d’étudier ces « numérations en situation » pour comprendre comment elles s’insèrent dans le(s) système(s) symbolique(s) ou religieux des sociétés concernées. Seule une approche ethnographique (selon la

méthode de l'observation participante) peut permettre de saisir les propriétés mathématiques de ces systèmes numériques dans leurs liens avec d'autres formes de savoirs (mythologique, cosmologique, et/ou rituels...). Ceci se produit à l'heure même où ces systèmes « traditionnels » de numération (et plus généralement les langues vernaculaires associées) connaissent un déclin dans certaines sociétés. Il y a donc urgence à ce que les ethnomathématiciens documentent ces matériaux.

Références

- Ascher, M. & Ascher, R. (1981). Code of quipu: a study in media, mathematics, and culture. Ann Arbor: University of Michigan Press.
- Ascher, M. & Ascher, R. (1986). Ethnomathematics. *History of Science* 24: 125-144.
- Ascher, M. (1998). Mathématiques d'ailleurs : nombres, formes et jeux dans les sociétés traditionnelles. Paris : Editions du Seuil. Traduction par Karine Chemla and Serge Pahaut de *Ethnomathematics: A multicultural view of mathematical ideas*. Pacific Grove, California: Brooks and Cole Publishing Compagny, 1991.
- Blanc, D. (2006). Capacités numériques et usages des nombres dans des sociétés primitives. En ligne URL : <http://www.dominiqueblanc.com/index.php?id=17>. Repris dans Dominique Blanc et Valérie Camos, "Les prémices du nombre", in P. Barouillet et V. Camos (éd.). *La cognition mathématique chez l'enfant* (pp.45-70). Marseille : Solal, 2006
- Bowers, N., & Lepi, P. (1975). Kaugel Valley systems of reckoning. *Journal of the Polynesian Society* 84 (3): 309-324.
- Chemillier, M. (2007). *Les mathématiques naturelles*. Paris : Odile Jacob.
- Chemillier, M. (2011). Fieldwork in ethnomathematics. In N. Thieberger (Ed.), *The Oxford handbook of linguistic fieldwork* (p. 317-344). Oxford: Oxford University Press.
- Conant, L. (1896). *The Number Concept*. New York/London: MacMillan & Co.
- Crump, T. (1995). *Anthropologie des nombres, savoir compter, cultures et sociétés*. Paris : Le Seuil. (1992, *The Anthropology of Numbers*, Cambridge University Press).
- D'Ambrosio, U. (1985). Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics. *For the Learning of Mathematics* 5 (1): 44-48.
- D'Ambrosio, U. (2001). Ethnomatematics: link between tradition and modernity. Rotterdam: Sense Publishers.
- Dehaene S. (1997). *Le sens des nombres*. Paris : Odile Jacob.
- Dehouve, D. (2011). *L'imaginaire des nombres chez les anciens Mexicains*, Sciences des religions. Rennes : Presses Universitaires de Rennes.
- Eglash, R. (2000). Anthropological perspectives on ethnomathematics. In H. Selin (Ed.), *Mathematics across culture: the history of non-western mathematics*. Boston: Kluwer Academic.
- Gerdes, P. (1995). *Une tradition géométrique en Afrique. Les dessins sur le sable. Tome 2, Exploration éducative et mathématique*. Paris : L'Harmattan.
- Gerdes, P. (1999). *Geometry from Africa. Mathematical and Educational Explorations*. Washington, DC: The Mathematical Association of America.
- Knijnik, G. (2005). Cultural differences, oral mathematics and calculators in a teacher training course of the Brazilian Landless Movement. *ZDM* 37(2): 101-108.
- Lean, G. A. (1992). *Counting systems of Papua New Guinea and Oceania*. Ph.D Thesis, University of Papua New Guinea.
- Lévi-Strauss, C. (1962). *La pensée sauvage*. Plon, Paris.
- Lévi-Strauss, C. (1961). *Race et History*. Paris : UNESCO. (Réédition, *Race et histoire*, Gallimard, 2007)
- Lucas, E. (1893). *Récréations mathématiques*, tome 3. Paris : Gauthier-Villars.
- Mimica, J. (1988). *Intimations to infinity. The Mythopoeia of the Iqwaye counting system and Number*. Oxford/New York/Hambourg: Berg.
- Nunes, T. & Schliemann A. D. (1993). *Street mathematics and school mathematics*. New York: Cambridge University Press.
- Owens, K. & Matang, R. A. S. (2014). The role of Indigenous traditional counting systems in children's development of numerical cognition: Results from a study in Papua New Guinea, *Mathematics Education Research Journal* 26: 531-553
- Pica, P. & Lecomte, A. (2008). Theoretical implications of the study of numbers and numerals in mundurucu. *Philosophical Psychology* 21(4) : 507-522.
- Pica, P., Lerner, C., Izard, V. & Dehaene, S. (2004). Exact and approximate arithmetic in an amazonian indigene group. *Science* 306 : 499-503.
- Pitrou, P. (2015). Le comptage rituel en Mésoamérique comme dispositif de mise en relation. *ethnographiques.org* 29. En ligne URL : <http://ethnographiques.org/2014/Pitrou>
- Raum, O. (1938). *Arithmetic in Africa*. Londres: Evans Brothers.
- Traoré, K. & Bednarz, N. (2009). Mathématiques de la vie quotidienne au Burkina Faso : une analyse de la pratique sociale de comptage et de vente de mangues. *Educational Studies in Mathematics* 72: 359-378.
- Tylor, E. (1871). *The Art of Counting, Primitive Culture*. In *Researches Into the Development of Mythology, Philosophy, Religion, Languages, Art and Customs*, Volume 1, chap. VII (pp. 239-272). London: John Murray, Albemarle Street.
- Urton, G. (2003). *Signs of the Inka Khipu: Binary Coding in the Andean Knotted-String Records*. Austin: University of Texas Press.
- Vandendriessche, E. (2015). Ethnomathématique des jeux de ficelle trobriandais, *ethnographiques.org*, n°29, URL : <http://www.ethnographiques.org/2014/Vandendriessche>
- Vellard, D. (1988). Anthropologie et sciences cognitives: une étude des procédures de calcul mental utilisées par une population analphabète. *Intellectica* 2 : 169-209.
- Zaslavsky, C. (1973). *Africa Counts. Number and Pattern in African Cultures*. Boston: Prindle, Werber and Schmidt.